[H5.応4]　$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\\0&-5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u$　$y=[k\ 0]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

(1)

ラプラス変換する 初期値0

$\dot{x}_1 = x_2 \rightarrow sX_1(s) = X_2(s)$

$\dot{x}_2 = -5x_2 + u \rightarrow sX_2(s) = -5X_2(s) + U(s)$

$y = kx_1 \rightarrow Y(s) = kX_1(s)$

状態方程式の各要素をラプラス変換する。(微分方程式)

$u \cdot G = y$

$s^2X_1(s) = -5sX_1(s) + U(s)$

$X_1(s) = \dfrac{U(s)}{s^2+5s}$　　$Y(s) = \dfrac{kU(s)}{s^2+5s}$　　開路伝達関数 $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{k}{s^2+5s}$

∴

$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{k/(s^2+5s)}{1+k/(s^2+5s)} = \frac{k}{s^2+5s+k} \quad //$$

(2) 2次遅れ系の標準形 $W(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ と比較する。$2\zeta\omega_n = 5$, $\omega_n^2 = k$, 題意より $\zeta = 0.4$

$\omega_n = \dfrac{5}{0.8} = 6.25$　　$k = 6.25^2 = 39.0625 \fallingdotseq 39.1$ //

題意より $k=6$ を代入

(3)

$$W(s) = \frac{6}{s^2+5s+6}$$

ステップ応答 $c(t)$ のラプラス変換を $C(s)$ とすれば…

$$C(s) = W(s)U(s) = \frac{6}{\underset{3\times2}{s^2+5s+6}} \cdot \frac{1}{s} = \frac{6}{s(s+2)(s+3)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+3}$$

$$= \frac{1}{s} - \frac{3}{s+2} + \frac{2}{s+3}$$

$A = \left.\dfrac{6\cancel{s}}{\cancel{s}(s+2)(s+3)}\right|_{s=0} = \dfrac{6}{6} = 1$

$B = \left.\dfrac{6\cancel{(s+2)}}{s\cancel{(s+2)}(s+3)}\right|_{s=-2} = \dfrac{6}{-2} = -3$

$C = \left.\dfrac{6\cancel{(s+3)}}{s(s+2)\cancel{(s+3)}}\right|_{s=-3} = \dfrac{6}{3} = 2$

$$c(t) = \mathcal{L}^{-1}\{C(s)\} = 1 - 3e^{-2t} + 2e^{-3t} \quad //$$